Математика на 05.02.2022 Группы 16/О\_ДО, 16/О\_УНК

# ТИПЫ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

Задание:

1. Проработать теорию Правила, определения, формулы законспектировать.

2. Выполнить практическое задание.

Комбинаторные задачи бывают трёх типов.

# 1.Перестановки

**Задача 1.** На столе лежат яблоко, груша и банан. Выкладываем фрукты слева направо в следующем порядке:

яблоко / груша / банан

*Вопрос первый*: сколькими способами их можно переставить?

Одна комбинация уже записана выше и с остальными проблем не возникает:

яблоко / банан / груша

груша / яблоко / банан

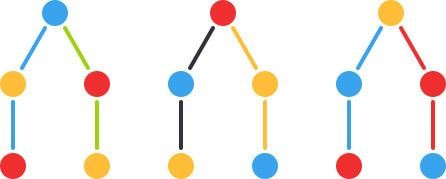
груша / банан / яблоко

банан / яблоко / груша

банан / груша / яблоко

**Итого**: 6 комбинаций или 6 **перестановок**.

**Задача 2.** Имеются шары. Их всего 3 - жѐлтый, красный и синий. Олег должен разложить их на полке всеми возможными способами. Ответ выглядит так:



Составляя комбинации, мы учитывали порядок шаров. И на первое, и на второе, и на третье место мы могли положить любой шар. Отсюда и такое разнообразие вариантов. Если в комбинациях участвуют все объекты и важен их порядок - речь идёт о **перестановках**.

Пусть имеется *n* различных объектов.   
Будем переставлять их всеми возможными способами (число объектов остается неизменными, меняется только их порядок). Получившиеся комбинации называются **перестановками**, а их число равно

*Pn*=*n*!

Символ *n*! называется факториалом и обозначает произведение всех целых чисел от 1 до *n*. По определению, считают, что 0!=1,1!=1, 2!=1⋅2=2, 3!=1⋅2⋅3=6 и тд

***Пример*** всех перестановок из *n*=5 объектов *P*5=5!=1⋅2⋅3⋅4⋅5 =120

С ростом числа объектов количество перестановок очень быстро растет и изображать их наглядно становится затруднительно. Например, число перестановок из 10 предметов - уже **3628800** (больше 3 миллионов!).

# 2. Сочетания

При сочетаниях комбинаций, как правило, получается меньше, чем при перестановках и размещениях. Почему? Дело в том, что порядок элементов не важен, да и в комбинациях участвуют не все элементы. Давайте снова рассмотрим конкретный пример.

На полке лежат три волшебных шара - жёлтый, красный, синий. Учитель попросил Олега принести ему два шара. Сколькими способами Олег может это сделать?

Например, Олег возьмет жёлтый и красный шары:

https://logiclike.com/files/theory/LV8eCU_55e5fde24b060.jpg

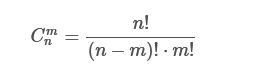
А так ли важно, желтый и красный или красный и желтый? Это как при перемене мест слагаемых - сумма же не меняется. Все равно Олег принесет именно эти шары учителю и не возьмет синий. Порядок шаров не имеет значения.

Оставшиеся способы выглядят так:



**При сочетаниях нам не важен порядок элементов.** Запомни эту особенность!

Пусть имеется *n* различных объектов. Будем выбирать из них *m* объектов все возможными способами. Получившиеся комбинации называются **сочетаниями** из *n* объектов по *m*, а их число равно



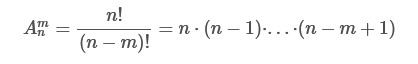
***Пример***  Даны пять различных фигур. Разделить их по различным группам по 3 фигуры. *n* = 3, *m*=2 .

Согласно формуле, их должно быть ровно 

# 3. Размещения

Пусть имеется *n* различных объектов.

Будем выбирать из них *m* объектов и переставлять всеми возможными способами между собой (то есть меняется и состав выбранных объектов, и их порядок). Получившиеся комбинации называются **размещениями** из *n* объектов по *m*, а их число равно



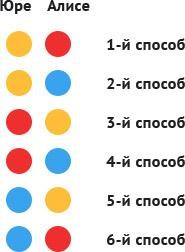
Размещением называется расположение предметов на некоторых местах при условии, что каждое место занято в точности одним предметом и все предметы различны.

В размещении учитывается порядок следования предметов. Так, например, наборы (2,1,3) и (3,2,1) являются различными.

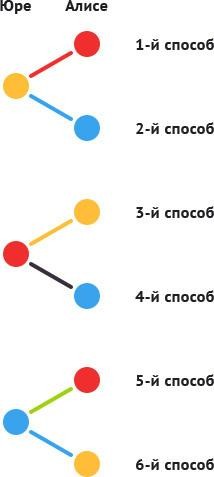
В этом типе задач комбинации составляют не из всех элементов, а только из некоторых. Но обязательно важен их порядок.

Снова наша задача с шарами, только теперь Учитель попросил Олега один шар отнести Юре, а другой — Алисе. Сколькими способами Олег может это сделать?

Можем изобразить комбинации вот так:



Или построить дерево вариантов, ведь мы уже научились это делать.



В этом задании каждый раз участвовало только 2 шара, а не 3. Но при этом был важен их порядок.

В **размещениях** всегда участвует только часть элементов, но важен их порядок.

# Основные комбинаторные принципы

Иногда подсчитать комбинации в задачах можно быстро и легко. Для этого используются правило суммы и правило произведения.

Правило суммы и правило произведения — основные комбинаторные принципы, которые используются в комбинаторике.

# Правило суммы

Обобщения рациональных приемов систематического перебора целесообразнее начать с комбинаторных задач на правило суммы. Проиллюстрируем правило суммы на элементарных задачах.

**Задача 1.** В вазе 4 яблока и 3 груши. Сколькими способами можно взять из вазы один из фруктов?»

# Решение:

Что значит «взять 1 из фруктов? Это значит взять яблоко или грушу.

Сколькими способами можно взять 1 яблоко? Почему? (Четырьмя способами, так как яблок всего 4 они разные).

Сколькими способами можно взять 1 грушу и почему? (Тремя способами, так как груш всего 3 и они разные).

Сколькими способами можно взять один из фруктов? ( Семью способами 7=4+3).

**Ответ**: 7 способов

# ЗАПОМНИТЕ!

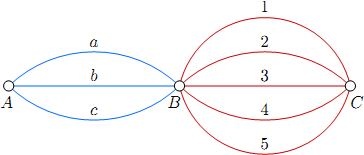
# Правило суммы применяется, когда нужно выбрать один предмет из нескольких различных множеств.

**Правило произведения**

При решении комбинаторных задач часто приходится умножать число способов выбора одного объекта на число способов выбора другого объекта. Рассмотрим некоторые примеры.

**Задача.** Имеются три города: A, B и C. Из A в B ведут три дороги, из B в C — пять дорог. Сколько различных путей ведут из A в C? Прямого пути между A и C нет.

Решение. Обозначим дороги буквами и цифрами. Именно, дороги из A в B назовѐм a, b, c; дороги из B в C назовѐм 1, 2, 3, 4, 5.



Всего получилось 3 · 5 = 15 маршрутов. Как видим, число маршрутов равно произведению числа дорог из A в B на число дорог из B в C.

**Чтобы найти число комбинаций, достаточно перемножить число предметов одного вида на количество предметов другого вида. Это правило называется правилом произведения.**

Правда, работает оно не всегда. Зато при перестановках смело его применяй!

Когда речь идет о выборе всех возможных вариантов, т.е. нет условий и ограничений - перед нами задача на перестановку.

**Задача** У Алисы есть 4 разных платья и 3 разных пары туфель. Она собирается на вечеринку и думает, что ей надеть. Сколько у Алисы вариантов?



Нам надо составить все возможные комбинации. В каждой из них будут участвовать и платье, и туфли.

Предположим, платье Алиса выбрала. Тогда к нему она может подобрать одну из 3-х пар туфель. Таким образом, есть 3 набора "платье- туфли" с этим первым платьем.

Поскольку платьев всего 4, то по правилу произведения 4\*3=12. У Алисы 12 вариантов нарядов на вечеринку.

Использовать правило произведения - это, значит, умножить число одних элементов на количество комбинаций с ними.

Задача.В магазине «Сувениры» продают 6 видов подсвечников и 3 вида вазочек к ним. Сколько можно составить разных подарочных комплектов из подсвечника и вазочки?

Ответ: 6х3=18

**Практическая работа:**

**1**. В магазине есть 5 видов пиджаков, 3 вида брюк и 2 вида галстуков. Сколькими способами Юра может собрать себе комплект школьной формы? 

**2.** В магазине «Все для чая» в продаже имеется 6 видов чашек, 5 видов блюдец и 3 вида ложек. Сколько можно составить разных комплектов из трех предметов: чашки, блюдца и ложки?

**3.** На полке стоят десять томов Пушкина, четыре тома Лермонтова и шесть томов Гоголя. Сколькими способами можно выбрать с полки одну книгу?

**4.** На подносе лежат 5 яблок и 3 груши. Сколькими способами можно выбрать фрукт с подноса?

**5.** В классе 20 учеников. Найти количество способов:

а) выбрать команду из 6 человек на интеллектуальный турнир;

б) выбрать старосту и заместителя старосты класса.

**6.** В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?

**7.** Для участия в команде тренер отбирает 5 мальчиков из 10. Сколькими способами он может сформировать команду, если 2 определенных мальчика должны войти в команду?