# Математика на 01.02.2022г. Группы ДО/О\_16, УНК/О\_16

# 

# Задание.

# Проработать теоретическую часть. Основные моменты, определения законспектировать (можно распечатать, вложить в тетрадь).

# Решить самостоятельную часть.

# Тема: Комбинаторика. Методы решения комбинаторных задач.

В сказках, старинных русских сказаниях повествуется, как богатырь или другой добрый молодец, доехав до распутья, читает на камне: «Вперед поедешь – голову сложишь, направо поедешь – коня потеряешь, налево поедешь – меча лишишься». С какой проблемой сталкивается добрый молодец на перепутье? Конечно, **с проблемой выбора дальнейшего пути движения.**

А дальше уже говорится, как он выходит из того положения, в которое попал в результате выбора. Но выбирать разные пути или варианты приходится и современному человеку. Это сделать очень трудно не потому, что его нет или оно одно и поэтому его трудно найти, а приходится выбирать из множества возможных вариантов, различных способов, комбинаций. И нам всегда хочется, чтобы этот выбор был наилучшим.

Оказывается, существует целый раздел математики, именуемый комбинаторикой, который занят поисками ответов на вопросы: сколько всего есть комбинаций в том или ином случае, как из всех этих комбинаций выбрать оптимальную.

Комбинаторика позволяет ответить на вопросы: сколькими способами, сколько вариантов и так далее. Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова combinare, которое означает «соединять, сочетать».

Можно научить маленького человека считать, как счетная машина, проштудировать с ним горы энциклопедий. И это будет только определенное количество информации, которой ребенок не сумеет воспользоваться. Гораздо важнее воспитать его мышление так, чтобы он сам сумел находить и отбирать нужную информацию. Вот комбинаторика и формирует такие качества мышления, как системность, вариативность, гибкость. Все эти качества характеризуют комбинаторный стиль мышления.

В науке и практике часто встречаются задачи, решая которые приходится составлять различные комбинации, подчинённые тем или другим условиям, из заданных объектов и подсчитывать число комбинаций. Такие задачи получили название комбинаторных задач.

Решение комбинаторных задач таит в себе большие развивающие возможности: на их основе совершенствуются приемы умственной деятельности, формируется важная для человека способность комбинировать. Задачи по комбинаторике включают в математические олимпиады и конкурсы.

**Комбинаторика** возникла в XVI веке и первоначально в ней рассматривались комбинаторные задачи, связанные в основном с азартными играми. В карты и кости выигрывались золото и бриллианты, дворцы, породистые кони и дорогие украшения.

Широко были распространены всевозможные лотереи. Одним из первых занялся подсчетом числа возможных комбинаций при игре в кости итальянский математик Тарталья. Он составил таблицу, показывающую, сколькими способами могут выпасть r костей. Однако при этом не учитывалось, что одна и та же сумма очков может быть получена разными способами.

# Вот одна из комбинаторных задач: У кассы кинотеатра стоят четверо ребят. У двух из них сторублевые купюры, у двух других – пятидесятирублевые. Билет в кино стоит 50 рублей. В начале продажи касса пуста. Как должны расположиться ребята, чтобы никому не пришлось ждать сдачи?

**Можно найти два варианта решения:**

1. 50 рублей, 100 рублей, 50 рублей, 100 рублей;
2. 50 рублей, 50 рублей, 100 рублей, 100 рублей.

При решении комбинаторных задач можно использовать разные методы.

# Методы решения комбинаторных задач:

* метод перебора (подбираются задачи на развитие мышления);
* табличный метод (все условия вносятся в таблицу, в ней же выполняется решение);
* построение дерева возможных вариантов решений;
* построение граф - схемы.

# Метод перебора возможных вариантов

Простые задачи решают обыкновенным полным перебором возможных вариантов без составления различных таблиц и схем.

Способ перебора может применяться в простых задачах, например в таких, как эта:

Задача 1. Для своих двух книг Маша купила три разные обложки. Сколькими различными способами она может обернуть книги купленными обложками?

Ответ: Для решения обозначим обложки буквами а, б, в. Составим из букв всевозможные пары: аб, ав, бв, ба, ва, вб. Всего получилось 6 способов.

# Задача 2.

Какие двузначные числа можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

**Ответ:** 11, 12, 13, 14, 15, 21, 22, 23, 24, 25, 31, 32, 33, 34, 35, 41, 42, 43,

44, 45, 51, 52, 53, 54, 55.

# Задача 3.

В финальном забеге на 100 м участвуют Иванов, Громов и Орлов. Назовите возможные варианты распределения призовых мест.

# Ответ:

Вариант1: 1) Иванов, 2) Громов, 3) Орлов.

Вариант2: 1) Иванов, 2) Орлов, 3) Громов.

Вариант3: 1) Орлов, 2) Иванов, 3) Громов.

Вариант4: 1) Орлов, 2) Громов, 3) Иванов.

Вариант5: 1) Громов, 2) Орлов, 3) Иванов.

Вариант6: 1) Громов, 2) Иванов, 3) Орлов.

# Задача 4.

В кружок бального танца записались Петя, Коля, Витя, Олег, Таня, Оля, Наташа, Света. Какие танцевальные пары девочки и мальчика могут образоваться?

# Ответ:

1) Таня - Петя, 2) Таня - Коля, 3) Таня - Витя, 4) Таня - Олег, 5) Оля - Петя, 6) Оля - Коля, 7) Оля - Витя, 8) Оля - Олег, 9) Наташа - Петя, 10) Наташа - Коля, 11) Наташа - Витя, 12) Наташа - Олег, 13) Света - Петя,

14) Света - Коля, 15) Света - Витя, 16) Света - Олег.

А теперь рассмотрим варианты организованного перебора.

# Табличный метод

Решить комбинаторные задачи можно с помощью таблиц. Они, как и дерево возможных вариантов, наглядно представляют решение таких задач.

# Задача 1.

Сколько нечетных двузначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9?

**Решение.** Составим таблицу: слева первый столбец - первые цифры искомых чисел, вверху первая строка - вторые цифры.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 3 | 7 | 9 |
| 1 | 11 | 13 | 17 | 19 |
| 3 | 31 | 33 | 37 | 39 |
| 4 | 41 | 43 | 47 | 49 |
| 6 | 61 | 63 | 67 | 69 |
| 7 | 71 | 73 | 77 | 79 |
| 8 | 81 | 83 | 87 | 89 |
| 9 | 91 | 93 | 97 | 99 |

**Ответ:** 28.

# Задача 2.

Маша, Оля, Вера, Ира, Андрей, Миша и Игорь готовились стать ведущими на Новогоднем празднике. Назовите возможные варианты, если ведущими могут быть только одна девочка и один мальчик.

**Решение.** Составим таблицу: слева первый столбец - имена девочек, вверху первая строка - имена мальчиков.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Андрей | Миша | Игорь |
| Маша | Маша - Андрей | Маша - Миша | Маша - Игорь |
| Оля | Оля - Андрей | Оля - Миша | Оля - Игорь |
| Вера | Вера - Андрей | Вера - Миша | Вера - Игорь |
| Ира | Ира - Андрей | Ира - Миша | Ира - Игорь |

**Ответ:** Все возможные варианты перечисляются в строках и столбцах таблицы. Всего 12 вариантов.

**Задача 3.** В школьной столовой приготовили на завтрак плов (П), кашу (К), блины (Б), а из напитков – сок (С), чай (Ч) и молоко (М).

Сколько различных вариантов завтрака можно составить?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | П | К | Б |
| С | СП | СК | СБ |
| Ч | ЧП | ЧК | ЧБ |
| М | МП | МК | МБ |

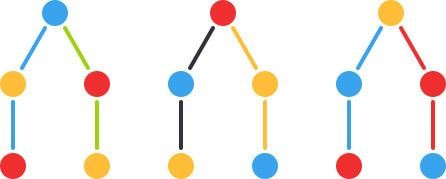
Ответ: 9 вариантов.

# Метод построения дерева возможных вариантов решений

Подбирая различные комбинации, можно запутаться. В этом случае приходит на помощь метод построения дерева возможных вариантов решений. Внешне такая схема напоминает дерево, отсюда и название.

Если его правильно построить, ты не упустишь ни один из возможных вариантов решения.

Рассмотрим **задачу 1**. Учитель попросил Олега разложить на полке 3 волшебных шара - жѐлтый, красный, синий. Сколькими способами Олег может это сделать?

Начать можно и с жѐлтого, и с красного, и с синего шара. Дерево вариантов будет выглядеть так:

Эта схема действительно похожа на дерево, правда, "вверх ногами" и без ствола. Каждый первый шар - это "корень" дерева, а ветви дерева - это различные варианты расположения шаров. По этой схеме несложно посчитать, что возможных комбинаций всего 6.

Схему-дерево возможных рассуждений можно располагать по- разному (корень вверху или внизу).

**Задача 2.** Катя собирается на каникулы. Она может поехать с бабушкой или с родителями. Если Катя поедет с бабушкой, то она сможет провести каникулы или на даче, или в городе, или в деревне. Если она поедет с родителями, то она сможет провести каникулы или отдыхая в санатории, или путешествия по горам, или путешествуя на теплоходе. Сколько разных вариантов есть у Кати, чтобы провести свои каникулы?

Решение:

**КАНИКУЛЫ КАТИ**



**ДЕРЕВНЯ**

**ГОРОД**

**ДАЧА**

**БАБУШКА**



**ТЕПЛОХОД**

**ГОРЫ**

**САНАТОРИЙ**

**РОДИТЕЛИ**

ВСЕГО: 6 вариантов

# Метод построения граф-схемы

Все видели схему станций метрополитена, трамвайных путей или карту железнодорожных сообщений. Точки — города, отрезки или дуги, которые их соединяют — железнодорожные пути. Такие схемы и называют **графами**.

# Итак, если произвольные точки пространства соединены между собой отрезками или дугами (не обязательно все), то такое соединение (схема) называется графом.

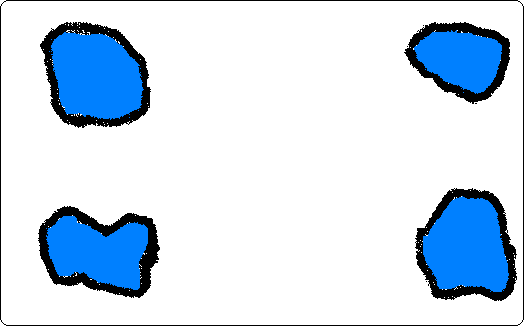
Граф — это набор точек, некоторые из которых соединены линиями. Эти точки называются вершинами. Соединяющие их линии называются ребрами графа.

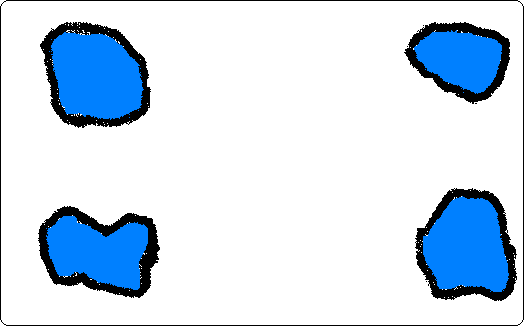
# Граф - это геометрическая фигура, состоящая из точек

**(вершины графа) и линий, их соединяющих (рѐбра графа).**

При этом с помощью вершин изображают элементы некоторого множества (предметов, людей и т.д.), а с помощью рѐбер - определѐнные связи между элементами. Для удобства иллюстрации условия задачи, вершины графа могут быть заменены кругами или прямоугольниками.

Задача 1. В парке 4 пруда. Было решено засыпать песком дорожки между ними так, чтобы можно было пройти от одного пруда к другому кратчайшим путем, т.е. не нужно было идти в обход. Задание: покажи, какие дорожки надо сделать.





Это пример полного графа Ответ: 6 дорожек

Задача 2. Андрей, Борис, Виктор и Григорий играли в шахматы. Каждый сыграл с каждым по одной партии. Сколько партий было сыграно?

**А**

**Б**

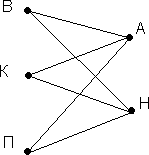
**Г**

**В**

Ответ: сыграно 6 партий

Задача 3. Вася, Коля, Петя, Аня и Наташа - лучшие лыжники в пятом классе. Для участия в соревнованиях нужно выбрать из них одного мальчика и одну девочку. Сколькими способами это можно сделать?

**Решение**: Эту задачу можно решить с помощью следующей схемы.



Ответ: 6 способов.

Итак, **комбинаторика** изучает, сколько различных комбинаций можно составить из данных объектов по определенным правилам.

**Решить самостоятельно:**

1. Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3 ?
2. Сколькими способами можно составить патруль из двух милиционеров, если на дежурство вышли четверо: Быков, Свистунов, Умнов и Дубов?

3. В финальном забеге на 100 м участвуют Смирнов, Петров и Орлов. Назовите возможные варианты распределения призовых мест. *(Решить, используя табличный метод)*

4. В столовой предлагают два первых блюда: щи и борщ; три вторых блюда: рыба, гуляш и плов; два третьих: компот и чай. Перечислите все возможные варианты обедов из трех блюд. (*Проиллюстрируйте ответ, построив дерево возможных вариантов).*

5. Сколько двузначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4? (*Проиллюстрируйте ответ, построив граф-схему).*