Лекция №35

Тема: **Понятие бинарного отношения между элементами**

**одного множества.**

**Способы заданий бинарных отношений.**

Чтобы построить математическую теорию, нужны не только сами элементы, но и отношения между ними. Для чисел имеет смысл понятие равенства: **а = в**

Если числа **а** и **в** разные, **а** ? **в**, тогда возможно или **а > в**, или **а < в.**

Две прямые плоские могут быть **перпендикулярными,**

**Параллельными, пересекаться под некоторым углом.**

*Все эти отношения касаются двух объектов.* Поэтому они называются **бинарными отношениями.**

Для изучения отношений между объектами в математике создана теория бинарных отношений.

Когда мы рассматриваем те или иные отношения, мы всегда имеем дело с **упорядоченными парами**, образованными из элементов данного множества.

**Например,** для отношения «больше на 4», которое рассматривается на множестве Х = (2,6, 10, 12), это будет упорядоченные пары (2,6), (6, 10), (10,14), а для отношения «делится» - (6,2), (10,2), (14,2).

Можно заметить, что множество пар, которые определяют отношения «*больше на 4», «делятся»,* являются **подмножествами декартова произведения.**

Х' Х = [ (2,2), (2,6), (2, 10), (2,14), (6,2), (6,6), (6,10), (6,14), (10,2), (10, 6), (10,10), (10, 14), (14,2), (14,10), (14,24)].

**Определение 1.** Бинарным отношением между элементами множества **Х**  или отношением на множестве Х всякое подмножество декартова произведение **Х' Х.**

**Бинарные отношения** обычно обозначают заглавными буквами латинского алфавита**: P T S R Q** и т. д. Итак, если **P** – отношение на множестве **Х,**

то **P I Х' Х.**  Часто для записи отношений используются разные специальные символы, например, =, >, ^, ½, и т.д. Множество всех первых пар из **P** *называется множество всех вторых элементов пар и*з **P.**

Для наглядности бинарные отношения изображают графически с помощью специального рисунка графа. Элементы множества Х изображают точками. Если имеет место (х, у)  **I P (х Pу), то из точки х проводят стрелку в точку у.**

Такой чертеж называют графом отношений **P, а точки,**  изображающие элементы множества Х, вершинами графа, стрелки рёбрами графа.

Пример. Пусть отношение **P: « число х – делитель числа у»,**  заданного на множестве

**Х** = {5, 10, 20, 30, 40}.

Стрелки графа, у которого началом и концом является одна и та же точка, называется петлями. Если на графе отношения **P -** изменить направления всех стрелок на противоположные, то получится новое отношение, которое называют обратным для **P.**

**Способы задания бинарных отношений.**

Поскольку отношения **R** на множестве **Х** – это множество, элементами которого являются упорядоченные пары, то его можно задать теми же, способами, что и любое множество.

1. Чаще всего отношения **R на множестве Х**  задают при помощи характеристического свойства пар элементов, находящихся в отношении **R. Это свойство формулируют в виде предложения с двумя переменными.**

**Например,**  среди отношений на множестве Х ={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} можно рассматривать следующие: «число х меньше у в 2 раза», «число х – делитель числа у», «число х больше, чем число у» и другие.

1. Отношение **R на множестве Х**  можно задать и путем пересечения всех пар элементов множества Х, связанных отношением **R.**

**Например,** если записать множество пар (1,2), (1,3), (1,4), (2.3), (2,4), (3,4), то на множестве Х = {1, 2, 3, 4} мы зададим, некоторые отношения **R. Это же отношение R** можно задать и 3, при помощи графа.

**Например,** отношение а= (4,4), (3,3), (2,2), (4,2) на множестве Х = {4,3,2} можно определить как свойство «Делится» на этом подмножестве целых чисел.

Хорошо известными примерами отношений из школьного курса математики являются:

* На множестве целых чисел А отношения «делится», «делит», «равно». «Больше», «меньше», «взаимно просты»;
* На множестве прямых пространства отношения «параллельны», «взаимны», «взаимно перпендикулярны», «скрещиваются», «пересекаются», «совпадают»;
* На множестве окружностей плоскости «пересекаются», «касаются», «концентричны».

Термином «отношение» в математике часто пользуются для того, чтобы обозначить какую-либо связь между предметами, в частности, элементами множества.

Чаще всего используемыми являются бинарные отношения. Бинарные отношения (двухместные) отношения используются для определения каких-то взаимосвязей, которыми характеризуются пары элементов во множестве

- на множестве людей могут быть заданы, например, следующие бинарные отношения:

* Жить в одном доме
* Быть старше
* Быть матерью

Задать отношение, определенное на конечном множестве, можно простым перечислением пар элементов, находящихся в заданном отношении.

В общем случае при установлении бинарного отношения для объектов важно, в каком они берутся порядке. Для иллюстрации рассмотрим **следующий пример**.

Пусть множество членов одной семьи а= {м, о, с, д, б}, где элементы определяются следующим образом:

М- мать (35 лет)

О – отец (41 год)

С – сын (11 лет)

Д – дочь (7 лет)

Б- бабушка (60 лет)

Между членами семьи рассмотрим отношение «Быть старше». Будем обозначать отношение **Р.** Если два члена семьи находятся в таком отношении друг к другу, как например, О и М (поскольку отец старше матери), то будем писать О**Р**М. Заметим, что М и О в рассмотренном отношении не состоят, т.к. неверно то, что мать старше отца.

А значит, в рассмотренном бинарном отношении важен порядок объектов:

* Какой из них взят первым, а какой имеют место
* ОРС, ОРД, МРД, СРД, ВРМ, ВПД
* Однако, если объекты в парах поменять местами, то в указанном отношении они уже состоять не будут

*Обычно бинарное отношение рассматривает пары объектов, взятых в определенном порядке: так называемые упорядоченные пары.*

**Дом/ задание** - конспект (проработать)

Ответить на вопросы: (устно)

1. Математические отношения и их свойства?
2. Бинарные отношения в математике «Школа России»?