**Лекция № 24**

1. **Структура составных высказываний**
2. **Математические предложения и доказательства**

**Литература:**

В.В. Праслов

В.А.Успенский «Простейшие математические примеры математических доказательств», Москва «Математическое просвещение» 2012г.

**Вопрос №1**

Доказательства в начальном курсе математике чаще всего получают дедуктивным способом. К дедуктивным умозаключениям мысль движется от общего к частному.

Эти умозаключения позволяют строить частные суждения из общих и возможность, использования дедуктивных рассуждений (умозаключений) в начальных классах. На первый взгляд, довольно ограничена, тем не менее, дедуктивные рассуждения с большей или меньшей строгостью, следует использовать при изучении начального курса математики, так как именно они воспитывают строгость, четкость и лаконичность мышления.

**Например,** в 1 классе используются задания, в котором требуется доказать, что количество одних предметов меньше, чем других на определенное число:

«Докажите, что карандашей меньше на 4, чем тетрадей». Рассуждения учеников, образцы которых, естественно, должны быть заложены в объяснении учителя, могут быть такими:

«Чтобы доказать, на сколько, одних предметов больше, чем других, нужно образовать пары из этих групп предметов. Тех предметов, которые останутся без пары, больше».

В задании нужно доказать, на сколько, больше тетрадей, чем карандашей.

**Вывод:** «После образования пар из тетрадей и карандашей осталось 4 тетради, значит тетрадей больше карандашей **на 4**».

**Следовательно**, карандашей меньше **на 4**, чем тетрадей.

Анализ учебников математики для 1-3 классов, соответствующей им методикой литературы и наблюдения уроков позволяют выделить следующие способы обоснования истинности предложений, используемых в начальном обучении математике:

- эксперимент

-не полный индуктивный вывод

- измерение

- умозаключение по аналогии

-дедуктивный вывод

- вычисление

Назовем их способами - **предматематического** доказательства.

Приставка **пред** - указывает на отличие такого доказательства от математического и на его роль в предварительной предшествующей подготовке младших школьников и проведению строгих логических доказательств.

Все названные способы предматематического доказательства приемов, позволяющих полнее реализовать заложенные в программе возможности интеллектуального развития уч-ся.

Рассмотрим из них по отдельности.

**Эксперимент** – самый распространенный в начальной математике способ, получения новых знаний, истинность, которых устанавливается путем сопоставления их с действительностью, с результатами непосредственного, чувствительного восприятия.

Экспериментально доказываются предложения вида 2<3 на первых уроках по изучению нумерации чисел первого десятка, ряд свойств арифметических действий, некоторые вычислительные приемы, суждения о выборе арифметических действий, некоторые вычислительные приемы, суждения о выборе арифметического действия для решения простых задач.

Применение этого способа предматематического доказательства, начинается с создания конкретного, условного или мысленного образа рассматриваемой ситуации, построения её модели.

Рассмотрим, например, как обосновывается истинность суждения: 2<3. В этом математическом предложении можно выделить условие: «Даны числа 2 и 3», конкретизацией его служит построенная учителем модель:

На наборном полотне выставляется 2 круга и ниже 3 квадрата.

Основанием доказательства является результат непосредственного чувственного восприятия: «Один квадрат остался без пары».

Первое – пример, предматематического доказательства экспериментального умозаключения, а второе – пример дедуктивного доказательства.

Рассмотрим ещё один **Пример** - экспериментального обоснования во 2 классе истинности распределительного свойства умножения относительно сложения. В начальной школе его называют правилом умножения суммы на число.

* Учитель предлагает уч-ся практическую работу:

«Положите в первый ряд 4 красных и 2 зеленых круга и ещё 2 таких же ряда красных и зеленых кругов».

Как можно узнать, сколько всего кругов вы положили?

Для нахождения двух способов решения поставленных проблемы важную роль играет построенная учениками модель.

**1-й способ**. Можно узнать, сколько кругов в одном ряду (4+2). А таких рядов должно быть 3.

Значит, надо сумму **чисел 4 и 2 умножить на 3.**

**2-й способ.** Сначала можно найти, сколько мы положили красных кругов. Для этого **надо 4 умножить на 3**. Потом можно найти, сколько всего мы положили зеленых кругов.

Для этого нужно **2 умножить на 3.** Сложив полученные произведения, мы узнаем, сколько всего кругов мы положили.

Оба способа записываются на доске с помощью цифр и знаков арифметических действий.

- Что обозначает выражение (4+2)\*3?

Сколько всего кругов мы положили.

-Значит, что можно сказать, о значениях этих выражений? (Они равны)

- На доске записывается математическое предложение: (4+2)\*3=4\*3+2\*3

- Для получения этого заключения нет необходимости, прибегать к вычислениям:

(**4+2)\*3=6\*3=18 и**

**4\*3+2\*3=18**

Истинность предложения:

(4+2)\*3=4\*3+2\*3 следует, из сопоставления его конкретного содержания с реальной моделью этого предложения – множеством кругов.

**Вопрос №2**

Понятий в начальной курсе математики изучается много. Как же их определить?

Неявные определения: **контекстуальные и остенсивные**.

В контекстуальных определениях содержание нового понятия раскрывается через отрывок текста, через контекст, через анализ конкретной ситуации**.**

**Пример –** определение, уравнения в традиционном курсе математики равенство, содержащее букву (буквы, значение которой (которых) надо найти.

***Понятие*** уравнение соединяет в себе класс всевозможных уравнений (равенств) – объем понятия и характеристическое свойство равенства, содержащее одну или несколько переменных – содержание.

**Остенсивные определения** – это определения путем показа. Они используются для введения терминов демонстрации объектов, которые этими терминами обозначают.

**Например**, таким образом, вводится **понятия** равенства и неравенства в начальном курсе математики. Каждое понятие объединяет в себе класс объектов (вещей, отношений). Это объем **понятия** и характеристическое свойство присуще всем объектам этого класса только **им**.

**Например,** прямоугольником называется параллелограмм с прямыми углами. Прямоугольник определяемое **понятие**, параллелограмм ближайший род - определяющее понятие. Прямой угол видовое отличие.

* Высказывания и высказывательные формы.

Относительно понятий и отношений между ними можно высказывать различные суждения.

Языковой формой суждений являются повествовательные **предложения.**

Например, в начальном курсе математики можно встретить такие предложения :

1. Число 12 – четное;
2. 2+5> 8;
3. Х+5=8;
4. В числе 15 один десяток и 5 единиц;
5. От перестановки множителей произведение не изменяется;
6. Некоторые числа делятся на 3;

Видим, что предложения, используя в математике, могут быть записаны, как на *естественном (русском) языке*, так и на математическом, с использованием *символов.*

Далее, *о предложениях 1,4,5 и 6* можно сказать, что они несут **верную** информацию, а *предложения 2* – **ложную.**

Относительно, предложения Х+5=8 вообще нельзя сказать**; истинное** оно или **ложное.**

**Определение.** Высказыванием в математике называют предложение, относительно, которого имеет смысл вопрос; истинно оно или ложно.

**Например,** предложения 1,2,4,5 и 6-высказывания, при чем предложения 1,4,5 и 6 – **истинные**; а 2 – **ложное.**

Высказывания принято обозначать прописными буквами латинского алфавита: А, В, С….

Если высказывания **А – истинно**, то записывают: **А – «и»,** если же высказывание **А – ложно**, то пишут: **А – «л».**

«**Истина» и «ложь»** называются значениями истинности высказывания. Каждое высказывание либо **истинно,** либо **ложно**, быть одновременно тем и другим оно не может.

Множество **истинности** высказывательной формы Х+5=8 заданной на множестве целых неотрицательных чисел, состоит из одного числа 3.

**Предложения**, которые мы рассматривали, были простыми, но можно привести примеры суждений, языковой формой которых будут сложные предложения.

**Например,** «Если треугольник равнобедренный, то углы при основании в нем равны».

В логике считают, что из двух данных предложений можно образовать новые предложения, используя для этого союзы **«и», «или».**

«если…., то, а так же, **частица «не»** называют логическими связками. **Предложения,** образованные из других предложений с помощью логических связок, называют **составными.**

**Предложения**, не являются **составными,** называют **элементарными.**

1. Число 28 четное и делится на 7.
2. Число Х меньше или равно 8.
3. Число 14 не делится на 4.

Эти предложения, являясь с логической точки зрения **составными**, по своей грамматической структуре – **простые**.

Как определить значение истинности составного высказывания, например, «число 28 делится на 7 и на 9»?

Значение истинности высказываний определяется с помощью определенных правил. Но для этого нужно уметь выявить логическую структуру высказываний.

**Нужно установить:**

1. Из каких элементарных предложений образовано данное составное предложение;
2. С помощью, каких логических связок оно образованно.

Используя данное определение, найдем значение истинности высказывания «число 28 делится на 7 и 9 которое, как было установлено раньше, состоит из двух элементарных высказываний, соединенных союзом «и » т.е. является **конъюнкцией**».

Так как первое высказывание истинно, а второе ложно, то, согласно определению **конъюнкции, высказывание «число 28 делится на 7 и 9 будет ложным».**

Дом/задание- конспект изучить (проработать)