**Лекция №25**

**Тема: Высказывания с кванторами**

План

1. Высказывания с кванторами
2. Отрицание высказываний и высказывательных форм

Вопрос №1

В формулировках математических предложений часто встречаются слова: «каждый», «всех», «некоторые», «хотя бы один».

**Например**, свойство противоположных сторон прямоугольника формируется так: *«В любом прямоугольнике противоположные стороны равны», а о свойстве натуральных чисел мы говорили, что «некоторые натуральные числа кратны 3».*

Выясним, каков смысл этих слов и как они используются в математике.

Если задана высказывательная форма, то, чтобы прервать её в высказывание, достаточно вместо каждый, из переменных входящих в форму, подставить её значение.

**А (х)** – «число х кратно 5», то, подставив в неё вместо **х** число 20, мы получим истинное высказывание «число 20 кратных 5».

Если же в эту высказывательную форму подставить вместо **х** число 17, мы получим **ложное** высказывание «число 17 кратно 5».

Однако существуют и другие способы получения высказываний из высказывательных форм.

Выражение «**для всякого Х**» в логике **называется квантором общности** по переменной **Х** (переменная может быть обозначена и другой буквой) и обозначается символом Ɏх.

Запись **(Ɏх) и А (х)** означает: «Для всякого значения **х** предложение **А (х)** – истинное высказывание». Иногда эту запись дополняют обозначением множества **х**, на котором задана высказывательная форма **А (х)**, и тогда предложение можно читать:

 А) для всякого **х** из множества **Х** истинно **А (х)**

Б) всякий элемент из множества **Х о**бладает свойством **А**

**Выражение** «Существует х такое, что …» в логике называется квантором существования по переменной **х** (переменная может быть обозначена и другой буквой) и *обозначается символом* **Ǝх.**

Запись (**Ǝх**) **А (х) означает: «существует такое значение х, что А (х)- истинное высказывание».**

Иногда эту запись дополняют обозначением множества Х, на котором задана высказывательная формула **А (х), и тогда предложение** (**Ǝх**) **А (х) можно читать:**

А) существует такое **х** из множества **Х**, что истинно **А (х);**

Б) хотя бы один элемент **х** из множества **Х** обладает свойством **А**.

Заметим, что в математике наряду со словами *«всякий»,* употребляют слова*: «каждый», «любой».* А вместо слова **«существует»** используют слова: *«некоторые», «найдется», «есть», «хотя бы один».*

Однако, важно уметь не только переходить от высказывательной формы к высказыванию с помощью **кванторов**, но и распознавать их логическую структуру.

Дело в том, что **кванторы** содержатся в формулировках **х** *определений*, теорем и других математических предложений, хотя часто только подразумеваются.

**Например,** в формулировке теоремы «***Вертикальные углы равны»,*** **квантора** в явном **виде нет**, но предлагается, что данное утверждение справедливо для всех вертикальных углов.

*Записывая коммутативное свойство сложения в виде* ***а+в=в+а,*** *подразумевают, что оно справедливо для любых чисел* ***а и в.***

* Задача 1.

***Выявить логическую структуру следующих высказываний:***

А) некоторые нечетные **числа делятся на 5**

Б) произведение двух любых последовательных натуральных чисел **кратно 2.**

В) в прямоугольнике **диагонали равны**

* Задача 2.

***Установить, истинны или ложны следующие высказывания:***

А) для каждого х из множества (0,1,4) значение выражения (4-х): (2х + 1), есть число **целое.**

Б) произведение двух любых последовательных натуральных чисел **кратно 2.**

В) всякое натуральное число **делится на 5.**

Решение.

А) путем перебора всех возможных случаев установлено, что при заданных значениях **х** выражение принимает целое значение, т. е. высказывание **истинно**

Б) высказывание **истинно**

В) высказывание **ложно,** для этого достаточно привести хотя бы один *пример*

В математике говорят, что в *ложности* данного высказывания, мы убедились, приводя **контпример.**

Вообще истинность высказывания с кванторами общности устанавливается *путем доказательства*. Показатель ложности также высказываний можно, **приводя контпример.**

* Задача 3

**Установить, истинны или ложны следующие высказывания:**

А) среди треугольников, есть **прямоугольные**

Б) некоторые прямоугольные треугольники, являются **равносторонними**

В) высказывание **истинно**

Г) высказывание **ложное**

Вообще, истинность высказывания **с кванторами** существования устанавливается при помощи *конкретного примера*.

Показать ложность таких высказываний можно, *проводя доказательство.*

Вопрос №2

Пусть предложение **А** – **высказывание.**

Если перед сказуемым данного предложения поставить частицу «не» либо перед всем предложением поставить слова «неверно, что, то получится новое предложение, которое называется отрицанием данного и обозначается:

**Ᾱ** (читают: «не **А** или «неверно, что **А**»).

Определение. Отрицанием высказывания А называется высказывание **Ᾱ, которое ложно, когда высказывание А- ложно.**

Таблица истинности отрицания имеет вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **А** | истинно | ложно |
| **Ᾱ** | ложно | истинно |

Из данного определения следует, что предложение и его *отрицание не могут* быть, ни одновременно **истинны**, ни одновременно **ложны**.

Построим отрицание ложного высказывания «число 28 делится на 9»:

А) число 28 не делится на 9

Б) неверно, что число 28 делится на 9

Высказывания, которые мы получили, истинные. Значит, отрицание данного предложения построено правильно.

Рассмотрим теперь правила построения отрицания **конъюнкции и дизъюнкции высказываний.**

Если перед всем составным высказыванием поставим слова «неверно, то, безусловно, получим его отрицание. А как быть с частицей «не»?

Можно ли поставить перед сказуемым составного предложения и получить его отрицание?

**На примере можно показать, что нельзя.**

Можно доказать, что отрицанием **конъюнкции** *двух*  высказываний **А и В** является **дизъюнкция их отрицаний.**

Для этого надо убедиться в том, что значения истинности высказываний вида А / В совпадают при любых значениях истинности высказываний **А и В.**

Вывод**:** *Учеников необходимо* ***учить обосновывать*** *свои суждения****.***

**Дом/задание** – конспект в тетради (проработать)

Ответить на вопрос: (устно)

1. Приведите примеры высказываний с квантором общности из математики для начальной школы?